

## **Как восьмиклассники выполнили диагностическую работу по естественно-научной и математической грамотности (комплексная КДР8)**

### **Что оценивала КДР8 и чем она отличалась от КДР прошлых лет?**

В предыдущие годы в Красноярском крае проводились отдельные работы, оценивающие математическую (в 7 классе) и естественно-научную (в 8 классе) грамотность по модели международного исследования PISA. В 2023 году впервые эта оценка проведена в рамках одной комплексной работы. Это не позволило оценить естественно-научную и математическую грамотность столь же детально – количество заданий по каждой из грамотностей уменьшилось. Однако это дало возможность оценить эти грамотности в их реальной, органической связи – невозможно провести научное исследование, не владея математическим аппаратом, не умея проанализировать данные и описать модель процесса. Именно поэтому в международном исследовании и российском по модели PISA оценка естественно-научной и математической и читательской грамотности проводится одновременно – блоки заданий даются «вперемежку».

В краевой работе этого года три блока. Два из них содержат задания как по естественно-научной, так и по математической грамотности к одним и тем же ситуациям. В каждый из этих блоков введено по одному заданию, проверяющему понимание естественно-научного текста об исследуемом явлении. Третий блок оценивает только математические умения – на геометрическом материале.

*Естественно-научная грамотность* (далее – ЕНГ) при этом понимается как *способность научно объяснять природные явления, уметь планировать и проводить естественно-научное исследование и грамотно интерпретировать его данные. ЕНГ также определяет способность человека участвовать в аргументированном обсуждении проблем, относящихся к естественным наукам и технологиям, занимать активную гражданскую позицию по вопросам, связанным с естественными науками, и готовность интересоваться естественно-научными идеями.*

*Математическая грамотность* (далее – МГ) рассматривается как *способность формулировать реальные ситуации и проблемы на языке математики, применять математические знания, инструменты, рассуждения для описания, объяснения и предсказания явлений и интерпретировать полученные результаты в разнообразных реальных контекстах. МГ помогает понять роль математики в мире, высказывать обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные, размышляющие граждане<sup>1</sup>.*

По результатам работы определялся уровень естественно-научной грамотности и уровень математической грамотности каждого из участников. Информация о том, как он понимает естественно-научный текст, носит справочный характер: оценить читательскую грамотность на основе двух заданий невозможно, однако некоторые проблемы они позволяют увидеть.

### **Как были получены данные по региону?**

Для того чтобы получить достоверные данные, в 14 школ края, включенных в представительную выборку, были направлены для наблюдения за организацией процедуры представители Центра оценки качества образования. Работы 831 ученика этих классов проверялись краевой экспертной комиссией с участием разработчиков измерительных материалов. Каждую работу

---

<sup>1</sup> Результаты международного исследования PISA 2015 (краткий отчет на русском языке) [Электронный ресурс]. URL: [http://centeroko.ru/pisa15/pisa15\\_pub.html](http://centeroko.ru/pisa15/pisa15_pub.html)

проверили не менее двух экспертов. (О том, как была сформирована выборка, более подробно рассказано в статистическом отчете на сайте ЦОКО [https://coko24.ru/wp-content/uploads/2023/03/КДР8-2022-2023\\_Статистический-отчет-с-ИОУ.pdf](https://coko24.ru/wp-content/uploads/2023/03/КДР8-2022-2023_Статистический-отчет-с-ИОУ.pdf)).

Всего работу выполнили более 28 тысяч восьмиклассников края, но в отчете приводятся результаты 831 ученика, вошедшего в выборку.

### Чем интересны результаты 2023 года?

Работа оказалась для восьмиклассников очень сложной. Они набрали за нее в среднем 10 баллов из 37 возможных (27%).

Задания по естественно-научной грамотности выполнены несколько лучше – средний процент выполнения 35%, задания по математической грамотности выполнены в среднем на 20%, задания, проверяющие понимание текста, примерно наполовину – 52%.

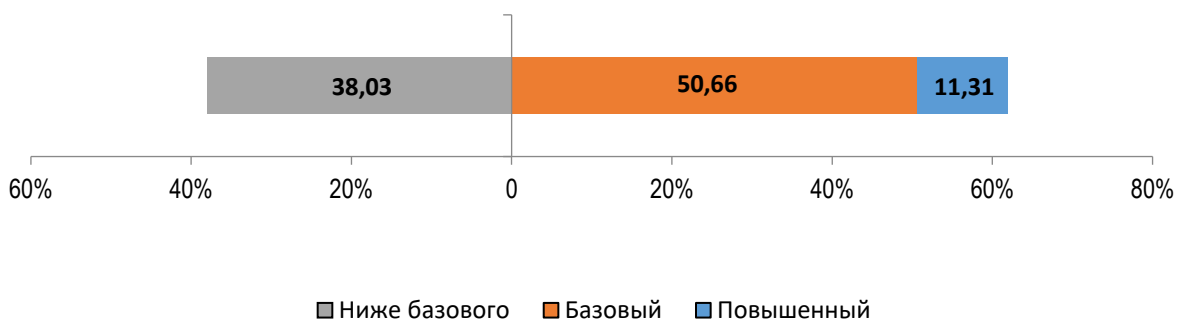
Юноши справились с работой успешнее девушек (52% против 48%). Девушки были сильнее только в работе с текстом.

Между результатами городских и сельских школ различия очень небольшие – в целом менее 1%. Городские школьники чуть сильнее в естественно-научных заданиях и понимании текста, ученики сельских школ – в заданиях по математической грамотности.

### Естественно-научная грамотность

Распределение учеников по уровням грамотности представлено на диаграммах ниже.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧАСТНИКОВ КОМПЛЕКСНОЙ КДР8 ПО УРОВНЯМ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОЙ ГРАМОТНОСТИ



Около половины участников КДР8 показали базовый уровень естественно-научной грамотности. Эти ученики выполняют только часть заданий на разные группы умений, что указывает на нестабильное владение умениями, которое проявляется при работе далеко не с любым содержательным материалом, а только с определенными задачами.

С этой точки зрения 11% учащихся, достигших повышенного уровня, демонстрируют владение всеми тремя группами умений и более устойчивую их сформированность, используют их при работе с разной по содержанию научной информацией.

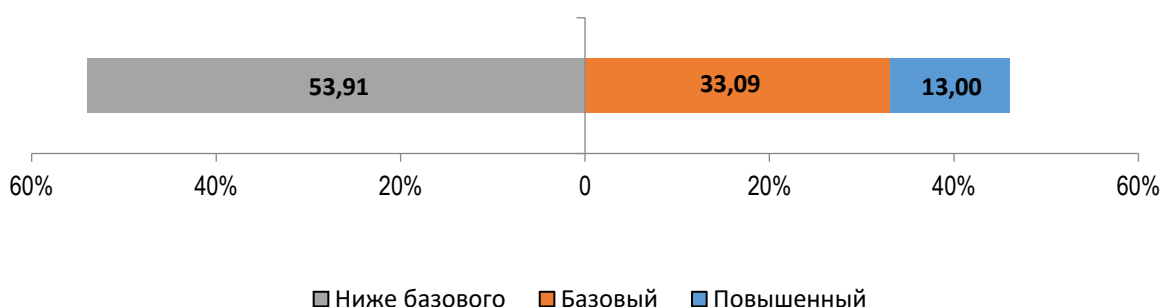
38% участников не продемонстрировали естественно-научную грамотность, уровень владения естественно-научными умениями в этой группе ниже базового.

В отличие от результатов КДР8 прошлых лет, в 2023 году восьмиклассники наиболее успешно выполнили задание на третью группу умений (интерпретация данных и использование научных доказательств для получения выводов) – средняя успешность выполнения 39%; чуть хуже

справились с заданиями на вторую группу умений (применение методов естественно-научного исследования) – среднее выполнение 35%. Самый низкий результат зафиксирован по первой группе умений (объяснение или описание естественно-научных явлений на основе имеющихся научных знаний, а также прогнозирование изменений), где нужно было использовать в первую очередь предметные знания – 27%.

## Математическая грамотность

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧАСТНИКОВ КОМПЛЕКСНОЙ КДР8 ПО УРОВНЯМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



Треть участников КДР8 показали базовый (пороговый) уровень математической грамотности, означающий, что ученик применяет математические знания и умения в простейших неучебных ситуациях.

13% достигли повышенного уровня, который говорит, что ученик проявляет способность использовать имеющиеся математические знания и умения для получения новой информации и принятия решений.

54% участников не продемонстрировали математическую грамотность, т.е. математическая подготовка более чем половины учеников не позволяет им справляться с заданиями, где требуется в практико-ориентированных контекстах формулировать проблему на языке математики, применять математические знания и умения и интерпретировать результаты математических операций применительно к реальной ситуации.

Сравнение результатов выполнения заданий по компетентностным областям (группам умений) показало, что лучше всего (средний процент выполнения 32%) восьмиклассники справляются с заданиями на применение математических понятий, фактов, алгоритмов – вторую группу умений. Это обычные математические задания, в которых нужно выполнить вычисления или преобразования, не связывая их с жизненной ситуацией. Задания на обнаружение математики (модели, закономерности) в реальной ситуации выполнили менее чем на четверть (24%). Хуже всего восьмиклассники выполнили задания, где нужно было интерпретировать, оценивать результаты и рассуждать / приводить доказательства – среднее выполнение 10% и 14% соответственно. То есть только каждому десятому ученику удастся проинтерпретировать практико-ориентированную ситуацию как математическую, только каждому седьмому – дополнить, трансформировать под изменившиеся условия или построить свое математическое рассуждение с использованием изученных в курсе школьной математики понятий, способов и других предметных средств.

## Основные трудности учеников

### Естественно-научная грамотность

Более детальное представление о трудностях учеников и их причинах может дать сравнение выполнения заданий учениками с разным уровнем грамотности.

Рассмотрим примеры заданий, которые четко разделяют учащихся из «соседних» групп. Выбраны те задания, с которыми в одной группе справляются более половины учеников (большинству оно по силам), а в другой – менее половины (большинству оно не по силам). Это позволяет вычленить те умения, которым нужно уделять особое внимание, чтобы поддержать переход на более высокие уровни грамотности.

Различия в умениях учеников с базовым и повышенным уровнем естественно-научной грамотности наглядно иллюстрируют результаты по заданиям 2 и 13 (вариант 1).

**Задание 2. Умение применять естественно-научные знания для объяснения явления**

#### Фрагмент текста:

Может ли лед гореть? Представьте себе – может! Если речь идет про гидрат метана (метангидрат). Это особое соединение с водой метана (природного газа), в котором вокруг молекулы метана образуется решетка молекул воды (льда), но химических связей между метаном и водой нет (рисунок 1). Соединение устойчиво при низкой температуре и повышенном давлении. Например, при температуре 0°C и давлении не менее 2,5 МПа... Если он нагревается либо понижается давление, соединение распадается на воду и природный газ.

При нормальном атмосферном давлении из 1 м<sup>3</sup> метангидрата можно получить 160-180 м<sup>3</sup> природного газа.

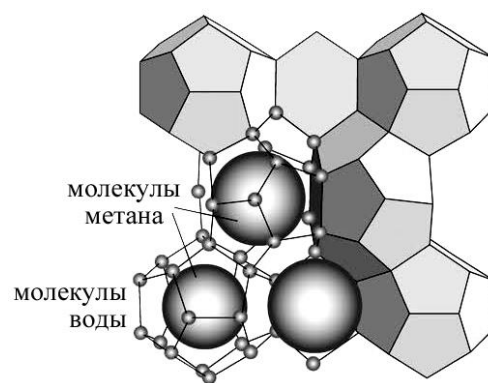


Рисунок 1. Модель кристаллической структуры метангидрата

**Задание 2.** Объясните, почему в 1 м<sup>3</sup> метангидрата помещается 160-180 м<sup>3</sup> природного газа.

**Ответ:** 2 балла – ответ содержит указание на *большую плотность метана в гидрате по сравнению с природным газом и причины этой большей плотности*, как, например, высокое давление и/или низкая температура, либо то, что *твердые вещества имеют более плотное строение в отличие от газов*, занимающих весь доступный объем.

1 балл – ответ содержит указание на *большую плотность метана в гидрате по сравнению с природным газом* без указания причин этой большей плотности либо указание на *большую сжимаемость газа*.

0 баллов – в других случаях.

Полностью верно выполнили 2%, частично – 12%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень ЕНГ – 50%,  
базовый уровень ЕНГ – 13%,  
уровень ниже базового – 4%.

*Комментарий.* Данное задание, несмотря на незнакомое большинству учеников содержание, направлено на проверку умения применять знания, полученные в курсе физики, о форме и объеме веществ в разных агрегатных состояниях.

Как правило, при ответе на вопрос, чем отличаются твердые тела и газы, восьмиклассники достаточно легко оперируют понятием формы и объема. Здесь же им необходимо было применить эти знания, определив, что метангидрат является твердым телом, а природный газ – газом. Однако ответы демонстрируют явные трудности в переносе представлений о тех или иных модельных объектах на реальные природные объекты. Только в группе учеников с повышенным уровнем грамотности с таким переносом справляется 50%. В других группах доля верных ответов менее 15%.

Задание 13. Умение выбирать рациональный метод, направленный на получение определенного экспериментального или практического результата.

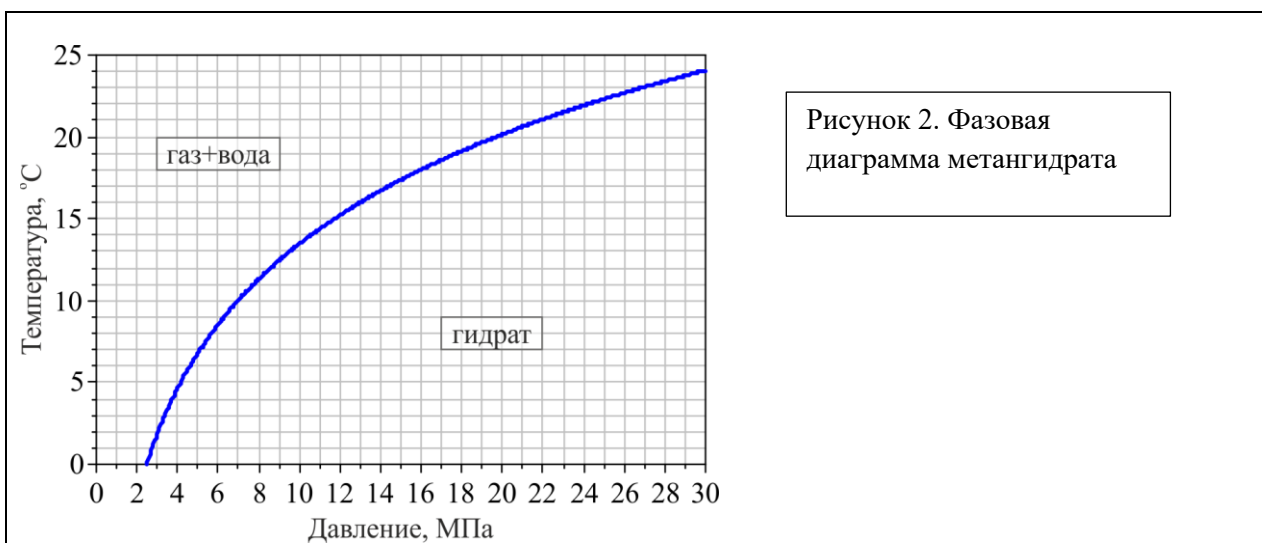


Таблица 1. Зависимость средних значений температуры и давления (с учетом атмосферного) от глубины погружения в Мировом океане

Глубина, м	0	50	100	200	500	1000	2000	3000	4000	5000
Температура, °C	17.84	16.52	14.69	11.67	7.31	4.22	2.32	1.72	1.37	1.19
Давление, МПа	0.1	0.6	1.1	2.1	5.1	10.1	20.1	30.1	40.1	50.1

**Задание 13.** Гидрат метана получают и изучают в лабораторных условиях. Если эксперимент проводится при температуре 10°C, какое минимальное давление должно быть установлено для получения кристаллов метангидрата? Обведите букву верного ответа.

- (А) 4 МПа    (Б) 7 МПа    (В) 10 МПа    (Г) 15 МПа

**Ответ:** Б.

1 балл – выбран только верный ответ, другие ответы не выбраны.

0 баллов – во всех остальных случаях.

Задание верно выполнили 41%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
 повышенный уровень ЕНГ – 79%,  
 базовый уровень ЕНГ – 46%,  
 уровень ниже базового – 23%.

Комментарий. Выбор рационального метода получения некоторого экспериментального или практического результата может опираться на собственный опыт, но чаще все-таки требуется дополнительная информация, если речь идет о проведении каких-то непривычных работ, например, планировании эксперимента. В данном задании требовался как раз такой подход – нужно было понять, как достичь цели, опираясь на предоставленные данные.

Данных этих много: есть текст, есть таблица, есть график, с которым ученики, скорее всего, раньше не сталкивались. По сути, это трехмерный график, положенный на плоскость. Кроме значений давления и температуры на нем отражено фазовое состояние системы. Значение ординаты (температуры) здесь не зависит от значения абсциссы (давления), зависящая величина (состояние вещества / системы) отображена на синей кривой, которая делит значения температуры и давления на две группы. Одна группа значений соответствует пребыванию смеси воды и газа в форме метангидрата, вторая – в форме жидкости с растворенным в ней газом.

Ученикам нужно было сначала самостоятельно понять, что необходимое значение давления нужно искать на графике (указаний на это в задании нет), «прочитать» его и по графику определить, что температуре 10 °С соответствует давление 7 МПа. Соответственно, данное давление будет минимальным для установки, поскольку при более низком давлении метангидрат распадается на воду и газ.

Эта задача легко решается учениками с повышенным уровнем – с ней справляются почти 80% учеников этой группы. В двух других группах (базовый уровень и уровень ниже базового) верные ответы дали менее половины и менее четверти учеников соответственно.

Различия в умениях учеников с базовым уровнем естественно-научной грамотности и уровнем ниже базового (не показавшим грамотности) хорошо видны на примере заданий 7 и 18.

#### Задание 7. Умение анализировать и интерпретировать экспериментальные данные

**Задание 7.** Используя рисунок 2 и таблицу 1 (ниже), установите, в какой форме находится метан на определенной глубине погружения в океане. Впишите в ответ соответствующий номер.

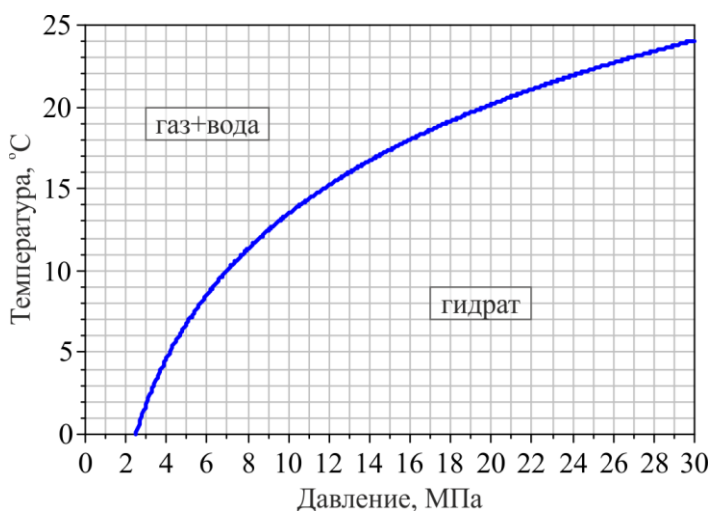


Рисунок 2. Фазовая диаграмма метангидрата

Таблица 1. Зависимость средних значений температуры и давления (с учетом атмосферного) от глубины погружения в Мировом океане

Глубина, м	0	50	100	200	500	1000	2000	3000	4000	5000
Температура, °С	17.84	16.52	14.69	11.67	7.31	4.22	2.32	1.72	1.37	1.19
Давление, МПа	0.1	0.6	1.1	2.1	5.1	10.1	20.1	30.1	40.1	50.1

**Глубина, м**

- А) 50
- Б) 200
- В) 1000
- Г) 4000

**Форма метана**

- 1) в виде газа
- 2) в составе гидрата

Ответ:

А	Б	В	Г

**Ответ:** А – 1, Б – 1, В – 2, Г – 2.

2 балла – все четыре ответа верные, 1 балл – допущена одна ошибка, 0 баллов – в других случаях.

Полностью верно задание выполнили 67%, частично – менее 1%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень ЕНГ – 99%,  
базовый уровень ЕНГ – 87%,  
уровень ниже базового – 30%.

*Комментарий.* Данное задание оказалось несложным, несмотря на то, что требовало нескольких действий. Сначала необходимо было установить соответствие между глубиной и значениями температуры и давления на этой глубине – на основе данных таблицы, а затем по графику определить форму, в которой находится смесь природного газа и воды в этих условиях. Форма задания в полной мере представляет собой научный способ демонстрации экспериментальных результатов. Здесь требуется как умение пользоваться таблицей и/или графиком, извлекая необходимую информацию, так и умение ее интерпретировать, не ограничиваясь лишь извлечением соответствующих числовых значений.

**Задание 18. Умение предлагать или оценивать способ научного исследования**

**Задание 18.** Большое количество гидрата метана находится и на суше, в районах вечной мерзлоты, которая занимает 60-65% территории России (прежде всего в Восточной Сибири и Забайкалье), достигая глубины 1370 метров. На каких глубинах целесообразно взять пробы почвы, чтобы исследовать, как с глубиной меняется содержание гидрата метана? *Обведите букву верного ответа.*

- (А) 3, 5, 10, 50 метров
- (Б) 10, 100, 500, 1000 метров
- (В) 2, 20, 200, 2000 метров
- (Г) 2, 4, 6, 8, 10 метров

**Ответ:** Б.

1 балл – выбран только верный ответ, другие ответы не выбраны.

0 баллов – во всех остальных случаях.

Полностью верно выполнили 54%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень ЕНГ – 91%,  
базовый уровень ЕНГ – 64%,  
уровень ниже базового – 28%.

Комментарий. В данном задании фактически предлагается сравнить разные наборы значений глубин, на которых планируется брать пробы почвы для определения содержания в ней метангидрата. Они отличаются друг от друга как количеством, так и диапазоном значений. Если ставится вопрос об исследовании зависимости одной величины от другой, то очевидно, что большее количество измерений приведет к более точному результату. Но при этом значения должны быть распределены по всему исследуемому диапазону, а не локализованы в какой-то его части. Все это относится к общим требованиям при проведении исследовательской работы и, соответственно, является элементом естественно-научной грамотности.

### **Математическая грамотность**

Трудности в области математической грамотности удобнее рассмотреть с точки зрения отдельных групп умений (компетентностных областей).

Начнем с группы умений «применять». Умения этой группы сформированы у восьмиклассников лучше всего, поскольку задания из этой области включены во все современные УМК математики и систематически используются в процессе обучения. Однако в большинстве учебных пособий задания сформулированы стандартно, на математическом языке, с опорой на готовые математические модели, которые, как правило, «подсказаны» изучаемой в это время темой. Таким образом, этап моделирования, выделение математических объектов, их величинных характеристик и ключевых взаимосвязей проделан авторами учебных пособий и опущен для ученика. Видимо, именно такое устройство учебного материала и не позволяет сформировать свободу в области «применения математических понятий, фактов, процедур».

Компетентностная область «**Применять математические понятия, факты, процедуры**» включает следующие умения<sup>2</sup>:

- выбирать, разрабатывать и реализовывать подходящие стратегии поиска математических решений;
- использовать математический инструментарий, включая методы поиска точных или приближенных решений;
- применять математические факты, правила, алгоритмы при поиске решений;
- выполнять действия с числами, графическими и статистическими данными и информацией, алгебраическими выражениями и уравнениями, а также геометрическими фигурами;
- создавать диаграммы, графики, конструкции и извлекать из них математическую информацию;
- обобщать результат применения математических процедур для поиска решений;
- использовать и переключаться между различными представлениями в процессе поиска решений;
- объяснять и обосновывать математический результат;
- оценивать значимость наблюдаемых (или предлагаемых) закономерностей.

В качестве примера рассмотрим задание 21 (вариант 1) базового уровня сложности.

**Задание 21.** Артем решил поэкспериментировать со змеем, который после обтяжки тканью будет иметь форму четырехугольника, у которого противоположные стороны параллельны и равны. Какие из имеющихся каркасов Артему стоит взять для доработки (рисунок 9)?

<sup>2</sup> PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK [Электронный ресурс]. URL://<https://pisa2021-maths.oecd.org/#Mathematical-Reasoning>





Рисунок 9. Различные каркасы, изготовленные Артемом. Штрихами показаны части реек равной длины

А. Из каких каркасов после обтяжки тканью получатся змеи с попарно параллельными и равными противоположными сторонами? Обведите буквы одного или нескольких верных ответов.

(А) Каркас 1    (Б) Каркас 2    (В) Каркас 3    (Г) Каркас 4    (Д) Каркас 5

**Ответ:** 2 балла – выбраны ответы А и Д, 1 балл – выбран ответ А или Д, другие ответы не выбраны.

Справились полностью (2 балла) – 25%, частично (1 балл) – 29%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
 повышенный уровень МГ – 65%,  
 базовый уровень МГ – 56%,  
 уровень ниже базового – 49%.

Можно предположить, что при решении подобных задач ученикам сложно:

- переводить описанную жизненную ситуацию на математический язык;
- выделять существенное для того или иного понятия, факта и относительно этого отбирать информацию, поскольку задача, как правило, содержит избыточную информацию;
- применять математические знания, к которым они не обращались в последнее время на уроках и на которые нет прямого указания.

При этом в среднем ученикам как с повышенным, так и с базовым (пороговым) уровнем математической грамотности задание по силам – средний процент выполнения выше 50%. Ученики с уровнем ниже базового с заданием в большинстве своем не справляются – среднее выполнение менее 50%.

Видимо, на уроках ученики нередко встречались с задачами, когда в некоторой ситуации необходимо распознать тот или иной геометрический факт, применить признак, свойство фигуры. Скорее всего, эти умения входят в зону внимания педагогов при изучении нового материала и на уроках обеспечивается освоение понятий (содержательная область «пространство и форма»), но при отработке материала учителя редко вновь акцентируют внимание на том, что такие четырехугольники, как квадрат, ромб, прямоугольник, являются параллелограммами и обладают общими свойствами. В данной задаче перпендикулярность диагоналей и их равенство сбивают многих учащихся – это «зашумление» не позволяет вспомнить и использовать известный восьмиклассникам признак параллелограмма (разбиение диагоналей точкой пересечения пополам).

Возможно, затруднение связано с тем, что в задании напрямую не указано, что искомая фигура должна быть параллелограммом (но по сути сформулировано определение и указано свойство параллелограмма – попарная параллельность сторон, их попарное равенство), а рейки являются его диагоналями.

Трудности в освоении области «интерпретировать» рассмотрим на примере задания 10 (вариант 1) повышенного уровня сложности.

Компетентностная область «Интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты» включает умения<sup>3</sup>:

- интерпретировать информацию, представленную в графической форме, на диаграммах;
- оценивать математический результат с точки зрения контекста;
- понимать «масштабы и ограничения» математических понятий и решений;
- интерпретировать математический результат в реальном контексте;
- оценивать обоснованность математического решения в контексте реальной задачи;
- понимать, как реальный мир влияет на математические результаты, процедуры или модели, чтобы делать суждения с учетом контекста, как результаты должны быть скорректированы или применены;
- объяснять, почему математический результат или вывод имеет или не имеет смысла с учетом контекста проблемы;
- критиковать и определять пределы модели, используемой для решения проблемы;
- использовать математическое мышление для прогнозирования, доказательства аргументов, тестирования и сравнения предлагаемых решений.

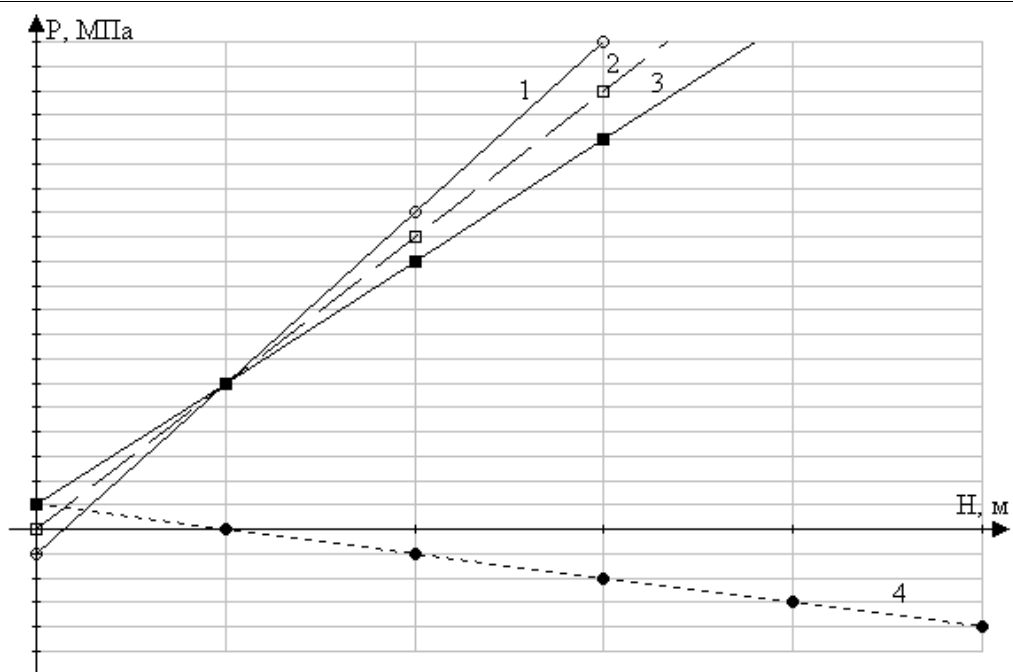
Таблица 2. Зависимость средних значений давления (с учетом атмосферного) от глубины погружения в Мировом океане

Глубина, м	0	50	100	200	500	1000	2000	3000	4000	5000
Давление, МПа	0.1	0.6	1.1	2.1	5.1	10.1	20.1	30.1	40.1	50.1

**Задание 10.** Из четырех представленных графиков выберите тот, который описывает зависимость давления от глубины погружения в Мировом океане, представленную в таблице 2. Обведите букву верного ответа, на осях подпишите координаты выделенных на данной линии точек.

(А) График 1    (Б) График 2    (В) График 3    (Г) График 4

<sup>3</sup> PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK [Электронный ресурс]. URL://<https://pisa2021-maths.oecd.org/#Mathematical-Reasoning>



**Ответ:** 2 балла – выбран ответ В, подписаны значения на осях или рядом с точками (хотя бы по одному на каждой оси, не считая 0): горизонтальная ось – 50, 100, 150, 200; вертикальная ось – 0,1, 0,6, 1,1, 1,6.

1 балл – выбран ответ В, значения на осях не подписаны, подписаны неверно либо подписаны верно только на одной оси.

Справились полностью (2 балла) – 3%, частично (1 балл) – 26%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
 повышенный уровень МГ – 46%,  
 базовый уровень МГ – 32%,  
 уровень ниже базового – 20%.

Во всех группах учеников средний процент выполнения этого задания менее 50%. Типичные трудности при решении задач, относящихся к компетентностной области «интерпретировать математические результаты», в том числе данного задания:

- работать с задачей, представленной в форме, отличной от большинства заданий УМК, используемых в средней школе;
- работать с информацией, представленной в различных формах (словесное описание, табличное и графическое представление зависимости), соотносить их и интерпретировать одну форму через другую;
- находить связь между величинами, проверять зависимость на линейность, использовать свойства предложенной зависимости (возрастание зависимости, положительное значение для аргумента, равного нулю);
- критиковать и определять границы модели.

Одной из главных трудностей, вероятно, стала необходимость выделить из словесного описания и табличных данных зависимую и независимую переменные, а также необходимость самостоятельно задать единичный отрезок по обеим осям.

Можно предположить, что если бы формула линейной зависимости была предложена в готовом виде, а по осям были расставлены хотя бы единичные отрезки, то успешность выполнения задания была бы выше – большее количество учеников смогли бы выбрать верный график возрастающей линейной зависимости со сдвигом по оси ординат на 0,1 вверх. Т.е. сложность связана не столько с освоением свойств линейной зависимости и ее графика (содержательная область «изменения и зависимости»), сколько с интерпретацией, «узнаванием» известного факта в новой ситуации.

На примере заданий 4 и 21Б (вариант 1) повышенного уровня трудности проанализируем, как ученики выполняют задания компетентностной области «формулировать».

Задания, оценивающие умение «**Формулировать реальные ситуации математически**»<sup>4</sup>:

- выбирать подходящую модель из предложенных;
- выявлять математические аспекты проблемы в реальном контексте и значимые переменные;
- распознавать математические структуры (включая взаимосвязи и закономерности) в задачах или ситуациях;
- упрощать ситуацию или проблему, чтобы сделать ее поддающейся математическому анализу (например, путем разложения на отдельные задачи);
- выявлять ограничения и предположения, лежащие в основе любого математического моделирования, и упрощения, почерпнутые из контекста;
- представлять ситуацию математически, используя соответствующие переменные, символы, диаграммы и стандартные модели;
- представлять проблему по-другому, включая ее организацию в соответствии с математическими понятиями и соответствующими допущениями;
- понимать и объяснять связи между контекстно-зависимым языком проблемы и символическим, формальным языком, необходимым для ее представления на языке математики;
- переводить задачи на математический язык или давать им математическое представление;
- распознавать аспекты проблемы, соответствующие известным математическим понятиям, фактам или процедурам, задачам;
- создавать упорядоченные пошаговые инструкции, алгоритмы для решения задач.

Фрагмент текста:

При нормальном атмосферном давлении из 1 м<sup>3</sup> метангидрата можно получить 160-180 м<sup>3</sup> природного газа. Это заставляет присмотреться к нему как к возможному источнику топлива.

**Задание 4.** Какой наибольший объем природного газа (в м<sup>3</sup>) может быть получен из куска метангидрата объемом  $k$  л? Выберите выражение для нахождения данного объема, если 1 л = 1 дм<sup>3</sup>. Обведите буквы одного или нескольких верных ответов.

(А) $k \cdot \frac{1}{1000} \cdot 180$	(Б) $1,8 \cdot k$	(В) $\frac{180}{10} \cdot k$	(Г) $k \cdot \frac{1}{100} \cdot 180$	(Д) $0,180 \cdot k$
--	-------------------	------------------------------	---------------------------------------	---------------------

**Ответ:** 2 балла – выбраны ответы А и Д, 1 балл – выбран ответ А или Д, другие ответы не выбраны.

<sup>4</sup> PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK [Электронный ресурс]. URL://<https://pisa2021-maths.oecd.org/#Mathematical-Reasoning>

Справились полностью (2 балла) – 15%, частично (1 балл) – 24%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень МГ – 53%,  
базовый уровень МГ – 43%,  
уровень ниже базового – 31%.

Как показывает статистика выполнения, с данным заданием справляются только ученики с повышенным уровнем математической грамотности. В остальных группах средняя решаемость задания менее 50%.

При решении задач, относящихся к компетентностной области «формулировать ситуацию математически» ученикам, как правило, сложно:

- представлять ситуацию математически, используя соответствующие переменные, символы, выявлять математические аспекты проблемы в реальном контексте и значимые переменные;
- описывать ситуацию формулой, то есть составлять не числовое выражение (это учащиеся делают при решении текстовых задач), а формулу;
- работать не с готовыми (зачастую хорошо известными) ситуациями и моделями, составлять их по предложенной ситуации;
- распознавать математические структуры (включая взаимосвязи и закономерности) в задачах или ситуациях;
- работать с избыточными данными, выбирать нужные для данной задачи.

Сложность данного задания была связана не только с необходимостью записать в виде формулы зависимость, описанную словесно, и работой с наибольшим значением из предложенного промежутка, но и с необходимостью перевода единиц изменения (литр – кубический дециметр – кубический метр), а также нежеланием учеников работать с обыкновенными дробями.

Еще одно задание этой области, которое хочется рассмотреть, 21Б (вариант 1). Его первая часть приведена выше (в качестве примера задания группы умений «применять»).

Задание 21Б. Дополните формулировку признака, по которому можно выбрать подходящий каркас:

«Если диагонали четырехугольника (рейки каркаса) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, то четырехугольник (обтянутый  
тканью змей) будет иметь форму \_\_\_\_\_».

Ответ: 2 балла – верно восстановлен признак:

«Если диагонали четырёхугольника (рейки каркаса) точкой пересечения делятся пополам, то четырёхугольник (обтянутый тканью змей) будет иметь форму параллелограмма», ИЛИ  
«Если диагонали четырёхугольника (рейки каркаса) будут пересекаться ровно посередине обеих реек, то четырёхугольник (обтянутый тканью змей) будет иметь форму четырёхугольника с противоположными попарно параллельными и равными сторонами», ИЛИ  
дана другая формулировка, где указан признак и НЕТ несущественных свойств конструкции (перпендикулярность диагоналей/реек, равенство диагоналей/реек и т.п.).

1 балл – верно восстановлен признак, НО добавлены несущественные свойства конструкции, суживающие множество соответствующих четырёхугольников (перпендикулярность диагоналей/реек, равенство диагоналей/реек и т.п.).

Справились полностью (2 балла) – 3%, частично (1 балл) – 2%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень МГ – 18%,  
базовый уровень МГ – 5%,  
уровень ниже базового – 2%.

Несмотря на то, что условие задания помогает ученику увидеть математику (обтянутый тканью змей = четырёхугольник), для всех групп оно оказалось очень сложным. В группах с базовым уровнем и уровнем ниже базового его выполнение «стремится к нулю».

Можно предположить, что основная сложность для учащихся была не в записи признака параллелограмма, часто используемого в решении задач и потому известного ученикам, а в необходимости соотнести свои знания с предметной ситуацией и самостоятельно реконструировать формулировку.

На примере заданий 8 и 22 (вариант 1) базового уровня трудности рассмотрим, как ученики выполняют задания из компетентностной области «рассуждать».

Задания компетентностной области «**рассуждать**» оценивают умение размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, в том числе<sup>5</sup>:

- делать вывод; выбирать и давать соответствующее обоснование, размышлять над аргументами, ходом рассуждений;
- представлять ситуацию различными способами, в том числе в соответствии с различными математическими теориями, делать соответствующие допущения. Объяснять и защищать свои представления, модель. Анализировать соответствие математической задачи и предложенной модели. Определять, критиковать ограничения модели. Объяснять отношения между контекстно обусловленным языком проблемы и формально-символическим языком ее представления на языке математики;
- понимать и использовать определения, правила, алгоритмы и формальные системы. Объяснять, как алгоритм работает, обнаруживать и исправлять ошибки в алгоритмах и процедурах. Обосновывать выбираемые и предложенные процедуры и модели с точки зрения получения результата. Размышлять над математическим решением и создавать объяснения и аргументацию, которые его подтверждают или опровергают;
- давать математическую аргументацию полученному результату. Объяснить его разумность в рамках ситуации.

**Задание 8.** Анализируя *только* данные таблицы 2, не проводя вычислений, определите, при каком атмосферном давлении (давление на уровне моря, до начала погружения) получены значения давления на той или иной глубине в Мировом океане.

<sup>5</sup> PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK [Электронный ресурс]. URL://<https://pisa2021-maths.oecd.org/#Mathematical-Reasoning>

Таблица 2. Зависимость средних значений давления (с учетом атмосферного) от глубины погружения в Мировом океане

Глубина, м	0	50	100	200	500	1000	2000	3000	4000	5000
Давление, МПа	0.1	0.6	1.1	2.1	5.1	10.1	20.1	30.1	40.1	50.1

Значение атмосферного давления: \_\_\_\_\_ МПа

Ответ: 0,1

Справились 42%.  
Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень МГ – 71%,  
базовый уровень МГ – 43%,  
уровень ниже базового – 31%.

Перед нами несложное задание. Для его решения нужно только понять, что давление на глубине 0 метров – это и есть давление на уровне моря. Дальше ответ просто выписывается из таблицы. Однако с заданием уверенно справляются только ученики с повышенным уровнем математической грамотности: только в этой группе средний процент выполнения выше 50%.

С точки зрения содержательной области «изменения и зависимости» дефицит, который выявляет это задание, можно определить так: недостаточная освоенность понятия функциональной зависимости как связи двух переменных, одна из которых является аргументом для другой, когда зависимость представлена в табличном виде.

Однако на первый план здесь выходят не предметные, а логические умения.

При решении задач, требующих математических рассуждений, ученики испытывают трудности, когда необходимо:

- использовать здравый смысл, перебор возможных вариантов, метод проб и ошибок;
- отбирать информацию среди избыточной;
- объяснять отношения между контекстно обусловленным языком проблемы и формально-символическим языком ее представления на языке математики;
- находить и удерживать все условия, необходимые для решения и его интерпретации;
- давать математическую аргументацию полученному результату, объяснять его разумность в рамках ситуации, интерпретировать математический результат в контексте ситуации в целях объяснения полученного результата.

**Задание 22.** О том, какой формы змея испытывал Илья, известно только то, что обе рейки каркаса взаимно перпендикулярны и одна из них скреплена ровно посередине (про вторую рейку точно ничего не известно). Какие четырехугольники могли получиться у Ильи, когда он обтянул тканью каркас? Обведите буквы всех верных утверждений о четырехугольниках такого типа.

- (А) Все четырехугольники, которые получатся у Ильи, будут иметь форму ромба.
- (Б) Противоположные углы любого получившегося четырехугольника будут попарно равны.
- (В) Любой получившийся четырехугольник диагоналями можно разбить минимум на три пары равных треугольников.
- (Г) Противоположные стороны любого получившегося четырехугольника попарно параллельны.

(Д) Среди змеев Ильи могут быть квадратные.

**Ответ:** 2 балла – выбраны ответы В и Д, 1 балл – выбран ответ В или Д, другие ответы не выбраны.

Справились полностью (2 балла) – 6%, частично (1 балл) – 5%.  
Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень МГ – 21%,  
базовый уровень МГ – 9%,  
уровень ниже базового – 10%.

Причины трудностей в этом задании связаны как с содержательной областью «пространство и форма»: недостаточно свободное владение признаками и свойствами разных видов четырехугольников и параллелограммов (в частности, ромба), так и с недостатком опыта самостоятельного поиска опровергающих примеров (контрпримеров).

### Понимание естественно-научного текста

Как уже говорилось, работа содержит два задания, для выполнения которых не требуется естественно-научных знаний и умений – достаточно внимательного прочтения текста. И оба задания (в варианте 1 это задания 1 и 14, в варианте 2 – задания 5 и 18), которые заведомо проще остальных, дали результаты, которые трудно назвать удовлетворительными. Самый яркий пример – задание 1.

Фрагмент текста: ...гидрат метана (метангидрат). Это особое соединение с водой метана (природного газа), в котором вокруг молекулы метана образуется решетка молекул воды (льда), но химических связей между метаном и водой нет (рисунок 1). Соединение устойчиво при низкой температуре и повышенном давлении. Например, при температуре 0°C и давлении не менее 2,5 МПа... Если он нагревается либо понижается давление, соединение распадается на воду и природный газ.

**Задание 1.** Что общего в составе метангидрата и обычного льда?

**Ответ:** наличие молекул воды (воды).

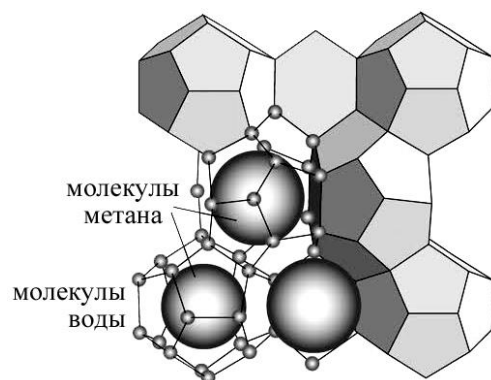


Рисунок 1. Модель кристаллической структуры метангидрата

Справились 55%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень ЕНГ – 76%,  
базовый уровень ЕНГ – 58%,  
уровень ниже базового – 46%.

*Комментарий.* Задание проверяет несложное умение – извлечение явной информации («вода», «молекулы воды»). Эта информация повторяется в тексте 5 (!) раз: четыре упоминания в тексте подчеркнуты, кроме того, нужная информация указана на рисунке 1. Однако 45% восьмиклассников умудряются ее не видеть. Были ответы: «метан», «природный газ», «в их составе есть гидрат метана», «внешность» и т.п. Многие неверные ответы представляли собой не согласованные с вопросом цитаты из текста, например, «Химических связей нет», или



содержать рассуждения на другую тему, например, «Могут переходить в газообразное состояние и замерзать» (состав вещества здесь не упоминается).

А не понимая состав вещества, трудно рассчитывать на успешные результаты его исследования.

### Метангидратное ружье

#### Фрагмент текста:

В 2000-х годах ученые озвучили сценарий катастрофы, связанный с нагреванием Мирового океана ввиду глобального потепления. При этом сценарии гидрат метана на дне начнет распадаться, а высвобождаемый природный газ – подниматься со дна в атмосферу. Поскольку метан производит в десятки раз более сильный парниковый эффект по сравнению с углекислым газом, получится своеобразная цепная реакция потепления (рисунок 3). И этот цикл невозможно будет остановить, как невозможно остановить начавшийся выстрел из ружья, из-за чего этот процесс был назван «метангидратным ружьем».

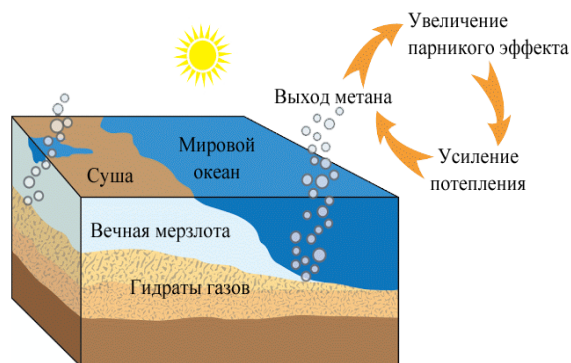


Рисунок 3. Схема работы «метангидратного ружья»

**Задание 14.** Что такое «метангидратное ружье»? Обведите букву верного ответа.

- (А) Залежи гидрата метана на дне Мирового океана.
- (Б) Военное оружие, использующее гидрат метана.
- (В) Инструмент для добычи метана из его гидрата.
- (Г) Природное явление.

**Ответ:** Г.

Справились 48%.

Средний процент выполнения задания учениками, которые показали:  
повышенный уровень ЕНГ – 47%,  
базовый уровень ЕНГ – 50%,  
уровень ниже базового – 46%.

Комментарий. Задание на понимание незнакомого термина, ключевого для ситуации. Без этого читательского умения невозможно естественно-научное исследование, которое сегодня предполагает обязательную работу с данными и выводами других исследований, и естественно-научное обучение.

Ответ в тексте не дан в виде готового определения, но он описан прямо («этот процесс», «этот цикл», «своеобразная цепная реакция потепления» и пр.) и даже нарисован. От ученика не требуется сложной работы с подтекстом, достаточно общего понимания или проверки предложенных вариантов ответа как гипотез. Их можно принять или отвергнуть. Но больше половины восьмиклассников выбирают неверный ответ.

Самые слабые ученики попадают в ловушку буквального понимания – раз «ружье», значит, речь о военном оружии – или выбирают ответ «Инструмент для добычи метана из его гидрата»,

который несовместим с рисунком 1. 38% отметили ответ «Залежи гидрата метана», который нельзя назвать ни процессом, ни цепной реакцией потепления.

Помимо данных заданий можно указать и на результаты заданий 15 и 17А. Их можно выполнить как за счет универсальных естественно-научных умений, так и за счет читательских. С заданием 15, где ученик мог проследить в тексте причинно-следственные связи и установить первопричину, справились 66% участников. Задание 17А требовало оценить связь между гипотезой и новыми фактами, интерпретировать эти факты как подтверждающие, опровергающие гипотезу или нерелевантные – верный ответ дали только 36% учеников.

Это говорит не только о регрессе читательских умений в 5-8 классах по сравнению с тем, что демонстрируют выпускники начальной школы, но и о более широких дефицитах в области когнитивных умений. Значительную часть учеников школа не приучает или отучает думать – предполагать, сомневаться, проверять, доказывать.

## **Рекомендации по развитию естественно-научной грамотности**

Результаты комплексной КДР8 в 2023 году выявили проблемы в освоении учащимися всех трех групп умений естественно-научной грамотности, от применения знаний, полученных в школьном курсе физики и химии, для объяснения естественно-научных явлений до планирования естественно-научного исследования; выбора методов и интерпретации полученных результатов.

Рассмотренные примеры заданий показывают трудности:

– в переносе базовых знаний (в частности, о строении вещества и его агрегатных состояниях) на ситуации, которые не описаны в учебнике,

– в планировании и проведении исследования (планировании измерений, параметров работы экспериментальной установки, например, давления),

– в ориентации в представленных данных, поиске и извлечении нужных, в интерпретации данных графиков и таблиц, в том числе незнакомого типа, проверке на них гипотез.

Без владения этими умениями, причем не только в стандартных, описанных в учебнике ситуациях, без умения применять полученные знания и умения на незнакомом материале и понимания принципов проведения научного исследования невозможно достижение базового и переход на повышенный уровень естественно-научной грамотности.

В связи с этим при изучении любых тем необходимо предлагать спектр ситуаций, где ученик может столкнуться с проявлением изучаемого закона, процесса, явления, применить полученные знания.

Важно помнить, что в соответствии с ФГОС ООО обучение должно быть направлено не только на овладение предметными знаниями и умениями по физике, химии, биологии, но и на формирование метапредметных умений, общих для всех предметов естественно-научного цикла, в том числе:

- умение формулировать задачу исследования, выдвигать научные гипотезы и предлагать способы их проверки;
- умение определять план исследования и интерпретировать его результаты, использовать при этом приемы, повышающие надежность получаемых данных;
- умение объяснить реальное явление на основе имеющихся знаний, аргументированно прогнозировать развитие какого-либо процесса;
- умение формулировать выводы на основе анализа данных, представленных в форме графиков, таблиц или диаграмм.

Для формирования умения переносить знания и умения на новый материал важно развивать межпредметные связи, например, планировать проектные или исследовательские работы,

позволяющие рассмотреть одно и то же явление или один и тот же объект с позиции разных предметов. А поскольку изучение биологии, физики и химии начинается в разное время, можно создавать команды учеников из разных параллелей. Стоит рассмотреть возможность проведения *интегрированных уроков* по каким-то темам, близким по содержанию разным предметам.

Кроме того, представляется полезным введение *пропедевтического курса по естествознанию* на базе 5-6 классов. Такие курсы во многих школах реализуются. Но их содержание иногда вызывает вопросы. Такой курс не должен быть кратким пересказом того, что учащиеся будут более детально рассматривать в старших классах. Он не должен основываться только на воспроизведении информации об окружающем мире. Его ключевой задачей должно быть развитие тех самых универсальных умений, которые ученики в дальнейшем смогут применять в жизни и для более глубокого и системного изучения естественно-научных предметов.

## Рекомендации по развитию математической грамотности

Приведем схему, объясняющую связь четырех групп умений (компетентностных областей)<sup>6</sup>.

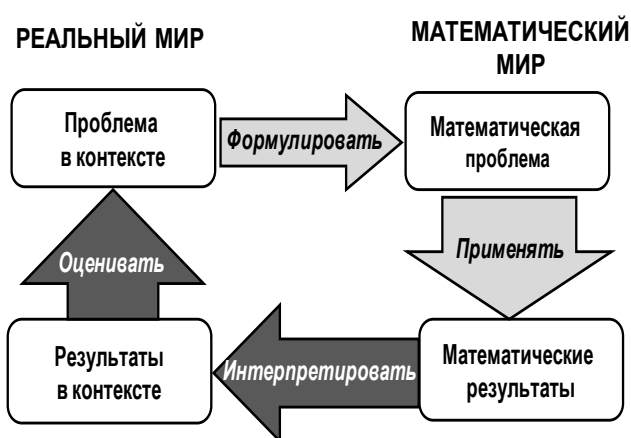
Как уже отмечалось, учащимся обычно лучше удается выполнять задания на применение математических понятий, знаний, процедур, что объясняется тем, что в заданиях из учебников строится, в лучшем случае, именно переход от математической проблемы к математическому результату.

Реже ученикам предлагается интерпретировать полученный математический результат в реальном практическом контексте и с этой точки зрения оценить его. Они почти не сталкиваются с ситуациями, требующими выявлять математические аспекты реальной проблемы, выявлять значимые переменные и формулировать ситуацию математически, выбирая подходящую модель.

Однако в этом году ученики справились почти одинаково слабо как с заданиями из компетентностных областей «формулировать» и «интерпретировать», так и с заданиями, требующими «применять математические понятия, факты, процедуры».

Трудности и дефициты, которые выявляют рассмотренные задания, показывают, что для успешного формирования математической грамотности важно прежде всего развивать когнитивную сферу учеников, учить познавать окружающий мир, задаваться вопросами. Педагоги должны предлагать учащимся не только готовые, сформулированные стандартно, на математическом языке задания, но и учить математическому моделированию реальных ситуаций, переносить способы решения учебных задач на жизненные проблемы, обеспечивать опыт поиска путей решения жизненных задач.

Необходимо учить ребят работать с задачей, представленной в форме, отличной от учебной, для решения привлекать информацию, использовать личный опыт, работать с информацией,



<sup>6</sup> Приоритетное направление исследования PISA -2021: оценка математической грамотности.

Л. О. Рослова, заведующий лабораторией общего математического образования и информатизации, Институт стратегии развития образования Российской академии образования

представленной в различных формах (текста, таблицы, диаграммы, схемы, рисунка, чертежа), учить отбирать информацию, для этого задача должна содержать избыточную информацию.

Предлагаемые задачи должны позволять задавать самостоятельно точность данных с учетом условий задачи, использовать здравый смысл при подборе методов решения, осуществлять перебор возможных вариантов. Задачи должны решаться разными способами, требовать обоснования решения в словесной форме.

Ученикам редко встречаются задания с выбором ответов, среди которых несколько правильных. Наличие нескольких верных ответов может позволить увидеть разные формулировки одного и того же понятия или рассмотреть с разных сторон одно и то же явление.

И важно обязательно помнить о системности формируемых математических знаний, о необходимости теоретической базы, поскольку без устойчивых знаний их функциональное применение невозможно.

Итак, еще раз перечислим требования к заданиям, систематическое использование которых позволит рассчитывать на формирование математической грамотности. Предлагаемые задания должны:

- ▶ быть сформулированы нестандартно, без опоры на готовые математические модели, на языке, отличающемся от языка формирования математических понятий;

- ▶ требовать выявлять математические аспекты реальной проблемы, выявлять значимые переменные и формулировать ситуацию математически, выбирая подходящую модель;

- ▶ требовать описывать ситуацию формулой, то есть составлять не числовое выражение (это учащиеся делают при решении текстовых задач), а формулу;

- ▶ требовать работать не с готовыми, зачастую хорошо известными ситуациями и моделями, а составлять их по предложенной ситуации;

- ▶ требовать для решения привлечения (извлечения) разрозненной информации, представленной в различных формах (текста, таблицы, диаграммы, схемы, рисунка, чертежа), учить отбирать информацию (для этого задача должна содержать *избыточную информацию*), привлекать информацию, используя личный жизненный опыт;

- ▶ позволять или требовать интерпретации полученного математического результата в реальном практическом контексте и оценки математического результата с этой точки зрения;

- ▶ позволять ученикам самостоятельно задавать точность данных с учетом условий задачи, использовать здравый смысл при подборе методов решения, осуществлять перебор возможных вариантов;

- ▶ решаться разными способами, требовать обоснования решения в словесной форме;

- ▶ предлагать выбор ответов, среди которых *несколько правильных*, что позволит увидеть разные формулировки одного и того же понятия или рассмотреть с разных сторон одно и то же явление;

- ▶ не относиться однозначно к конкретной области математики (алгебре, геометрии, анализу), а требовать выбора или перехода от одной области к другой.

Для того чтобы обучающиеся успешно справлялись с подобными заданиями, учителям необходимо включать в систематическую учебную работу давно известные наработки/приемы:

- ▶ практико-ориентированные задания и задания полипредметного характера (адресующие как к нескольким предметным областям, в частности, к физике, так и к разным областям внутри математики), требующие построения новых или выбора известных моделей для их решения;

- ▶ задания на использование «остаточных знаний», что требует обращения не только к актуально освоенному учебному материалу школьной программы;

► поисковый метод, позволяющий ученикам осуществлять самостоятельную работу по выбору, открытию способов, оценке результата, исследованию закономерностей и формулированию утверждений о них для последующей проверки на правдоподобность;

► другие педагогические средства, позволяющие ученикам нарабатывать владение все более широким диапазоном математических понятий и умений на компетентностном уровне.

Кроме того, важно уделять внимание чтению естественно-научных и математических текстов, не подменяя их полностью лекциями, конспектированием и прорешиванием конкретных типов заданий. И при этом останавливаться на понимании двух-трех ключевых мест, когда можно выявить непонимание и превратить его в понимание. Конечно, учебного времени катастрофически не хватает, однако накопление непонимания и отказ от размышлений, проб, мыслительных усилий обязательно скажется и на предметных результатах, и на учебной мотивации, и на познавательных достижениях учеников основной школы в целом.